

ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ

Η ερευνητική πρακτική έχει δείξει ότι όταν υπάρχει σοβαρή παραβίαση (violation) της παραδοχής της κανονικότητας (assumption of normality) ή και της παραδοχής της ομοιογένειας των διασπορών (assumption of homogeneity of variance) σε μια σύγκριση k ανεξάρτητων ή εξαρτημένων δειγμάτων ή όταν το δείγμα είναι σχετικά μικρό (small sample size) και η μεταβλητότητά του είναι υψηλή (high variability), τότε αντί της παραμετρικής κάνουμε μη παραμετρική σύγκριση (non parametric comparison).

Οι **μη παραμετρικοί έλεγχοι** σύγκρισης δειγμάτων μιας μεταβλητής στηρίζονται σε 2 στατιστικές παραδοχές: (α) της ανεξαρτησίας των τιμών μεταξύ υποκειμένων (subjects) και μεταξύ δειγμάτων (samples) και (β) της υποφαινόμενης συνέχειας των τιμών (underlined continuity). Στη βάση αυτών των 2 παραδοχών διατυπώνεται η **μηδενική υπόθεση** (H_0) ότι τα δύο δείγματα προέρχονται από πληθυσμιακά σύνολα με ίδιες κατανομές συχνότητας έναντι στην **εναλλακτική υπόθεση** (H_A) ότι τα δύο δείγματα προέρχονται από πληθυσμιακά σύνολα με διαφορετικές κατανομές συχνότητας.

Οι **μη παραμετρικοί έλεγχοι σύγκρισης k δειγμάτων** βασίζονται στη **διαφορά των διάμεσων (Md)** και για το λόγο αυτό οι αντίστοιχες τεχνικές ανάλυσης έχουν ως βασική αφητηρία τη **σειρά των αρχικών τιμών**.

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται οι 4 κύριοι **μη παραμετρικοί έλεγχοι σύγκρισης**: (1) **Mann-Whitney (U)** για 2 ανεξάρτητα δείγματα, (2) **Wilcoxon (W)** για 2 εξαρτημένα δείγματα, (3) **Kruskal-Wallis** για k ανεξάρτητα δείγματα, (4) **Friedman** για k εξαρτημένα δείγματα.

16.1 Έλεγχος Mann-Whitney (U): Σύγκριση 2 Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Ο έλεγχος Mann-Whitney (U) είναι κατάλληλος για τη σύγκριση 2 ανεξάρτητων δειγμάτων (X_1, X_2) μιας μεταβλητής X της οποίας τα δεδομένα είναι σειράς (ordinal, δηλαδή διατακτικής κλίμακας) ή είναι ποσοτικά αλλά με μη κανονική κατανομή (Mann & Whitney, 1947).

Ο Mann-Whitney ελέγχει αν τα 2 ανεξάρτητα δείγματα (ομάδες) διαφέρουν ως προς τις μέσες σειρές τους (mean ranks) στη μεταβλητή και αποτελεί το **μέγιστο μη παραμετρικό ισοδύναμο του ελέγχου t για ανεξάρτητα δείγματα**. Ο έλεγχος αυτός βασίζεται στις παραδοχές (α) τυχαίο δείγμα και (β) ανεξαρτησία των δεδομένων μεταξύ υποκειμένων και ομάδων. Τα αρχικά δεδομένα (raw data) περιλαμβάνουν 2 ομάδες (N_1, N_2) τιμών της ίδιας μεταβλητής ιδιότητας.

Στην έρευνα πολλές φορές τίθεται το ερώτημα αν 2 ανεξάρτητα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό (έχουν την ίδια κατανομική θέση, *distributional location*). Για τη διερεύνηση τέτοιων προβλημάτων υπάρχουν 4 κύριοι έλεγχοι (SPSS22): **Mann-Whitney (U)**, **Kolmogorov-Smirnov (Z)**, **Wald-Wolfowitz (runs)**, **Moses (extreme reactions)**. Ο **Mann-Whitney (U)** ελέγχει αν οι 2 πληθυσμοί από τους οποίους προέρχονται τα 2 δείγματα είναι ίδιοι στην κεντρική τους θέση (π.χ. *mean ranks*). Αν αυτό ισχύει τότε οι σειρές των τιμών X στα 2 δείγματα θα πρέπει να είναι τυχαία (ανάμεικτα) κατανεμημένες και, επομένως, θα έχουν ίδια κατανομή. Ο **Kolmogorov-Smirnov (Z)** και ο **Wald-Wolfowitz (runs)** ελέγχουν τα 2 δείγματα αν διαφέρουν και ως προς τη μορφή των κατανομών και ως προς τη θέση. Ο **Kolmogorov-Smirnov** συγκρίνει τις αθροιστικές κατανομές των 2 δειγμάτων, ενώ ο **Wald-Wolfowitz** βασίζεται στο συνδυασμό σειρών και αρχικών παρατηρήσεων από τα 2 δείγματα. Ο **Moses (extreme reactions)** ελέγχει ακραίες αποκρίσεις σε πειραματική παρέμβαση (*experimental treatment*) που προκαλεί θετικές και αρνητικές επιδράσεις σε σύγκριση με αυτές μιας ομάδας ελέγχου (*control group*).

Ο έλεγχος **Mann-Whitney** περιλαμβάνει τα εξής βήματα :

Βήμα 1ο - Οι αρχικές τιμές X σε κοινή σειρά μεγέθους και για τις 2 ομάδες,

Βήμα 2ο - Άθροισμα σειρών για κάθε ομάδα: ΣR_1 & ΣR_2 ,

Βήμα 3ο - Στατιστικό U για κάθε ομάδα:

$$U_1 = N_1 N_2 + \frac{N_1(N_1 + 1)}{2} - \Sigma R_1 \quad (16.1\alpha)$$

$$U_2 = N_1 N_2 + \frac{N_2(N_2 + 1)}{2} - \Sigma R_2 \quad (16.1\beta)$$

Βήμα 4ο - Έλεγχος σημαντικότητας του U.

- Για $N = (N_1 + N_2) \leq 20$ --> Άμεσος Έλεγχος (U)

σημαντικότητα της μικρότερης U (παράρτημα M):

με επίπεδο πιθανότητας α

και με πλήθη των 2 ομάδων N_1 & N_2

η κρίσιμη τιμή U είναι U_c οπότε

- αν $U \leq U_c$ η διαφορά είναι **σημαντική**,

- αν $U > U_c$ η διαφορά είναι **μη σημαντική**,

- Για $N = (N_1 + N_2) > 20$: Έμμεσος Έλεγχος (z)

σημαντικότητα όποιας από τις 2 τιμές **U** (έμμεσα) με το στατιστικό:

$$Z = \frac{U - (N_1 N_2) / 2}{\sqrt{\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 + 1)}{12}}} \quad (16.2)$$

σημαντικότητα του z ως συνήθως: συγκρίνεται το z με το κρίσιμο z_c (δηλαδή με αυτήν που αντιστοιχεί στην πιθανότητα α):

- αν $z \geq z_c$ η διαφορά είναι **σημαντική**,
- αν $z < z_c$ η διαφορά είναι **μη σημαντική**.

Παράδειγμα 16.1 - Mann-Whitney (U): σύγκριση 2 ανεξάρτητων ομάδων.

Δύο ομάδες παιχτών μπάσκετ (A με $N_1 = 8$, B με $N_2 = 10$) εξετάστηκαν σε έναν δείκτη κόπωσης (X) και πήραν τις τιμές που δίνονται στον πίν. 16.1.

Πίνακας 16.1 - Έλεγχος Mann-Whitney: σύγκριση 2 ανεξάρτητων δειγμάτων

Ομάδα	Παίχτης	X	R	ΣR	U
A N1 = 8	1	1.1	1	52	64
	2	3.2	3		
	3	4.4	4		
	4	5.3	5		
	5	7.1	7		
	6	9.1	9		
	7	13.6	11		
	8	14.7	12		
B N2 = 10	1	2.1	2	119	16
	2	6.2	6		
	3	8.8	8		
	4	12.1	10		
	5	15.1	13		
	6	16.2	14		
	7	17.5	15		
	8	18.4	16		
	9	19.3	17		
	10	20.2	18		

R = σειρά, ΣR = άθροισμα σειράς, U = στατιστικό κριτήριο.

Η μεταβλητή X είναι μεν συνεχής ποσοτική, αλλά έχει έντονα ασύμμετρη κατανομή και πολύ υψηλή μεταβλητότητα. Έτσι επιλέγεται ο μη παραμετρικός έλεγχος Mann-Whitney αντί του παραμετρικού ελέγχου t .

Ζητείται να ελεγχθεί στο $\alpha = 0.05$ αν οι 2 ομάδες αθλητών διαφέρουν μεταξύ τους σημαντικά στις σειριακές τιμές (ranks) των δεικτών κόπωσης.

Υπολογιστικά βήματα:

Βήμα 1ο - Οι αρχικές τιμές X σε κοινή σειρά μεγέθους και για τις 2 ομάδες,

Βήμα 2ο - Άθροισμα σειρών: $\Sigma R_1 = 52$ & $\Sigma R_2 = 119$,

Βήμα 3ο - Στατιστικό U για κάθε ομάδα:

$$U_1 = (8)(10) + \frac{(8)(8+1)}{2} - 52 = 80 + 36 - 52 = 64$$

$$U_2 = (8)(10) + \frac{(10)(10+1)}{2} - 119 = 80 + 55 - 119 = 16$$

--> **μικρότερη τιμή U είναι η $U_2 = 16$** -->

Βήμα 4ο - Έλεγχος σημαντικότητας:

Επειδή $N_1 + N_2 = 20$ --> με τον άμεσο τρόπο --> παράρτημα Μ:

με $\alpha = 0.05$ (δίπλευρο έλεγχο), $N_1 = 8$ και $N_2 = 10$

η κρίσιμη τιμή U είναι $U_c = 17$, οπότε,

επειδή $U_2 = 16 < U_c = 17$ --> η διαφορά είναι σημαντική.

Εναλλακτικά μετασχηματίζουμε όποια από τις 2 τιμές U (π.χ. την $U_2 = 16$)

$$Z = \frac{16 - ((8)(10))/2}{\sqrt{\frac{(8)(10)(8+10+1)}{12}}} = \frac{-24}{11.2546} = -2.132$$

Από το παράρτημα Γ βρίσκουμε ότι η τιμή z που αντιστοιχεί στην πιθανότητα $\alpha = 0.05$ είναι 1.64, οπότε

επειδή $z = 2.132 >$ κρίσιμο $z = 1.64$ --> η διαφορά είναι σημαντική.

16.2 Έλεγχος Wilcoxon (W): Σύγκριση 2 Εξαρτημένων Δειγμάτων

Ο έλεγχος Wilcoxon (W) είναι κατάλληλος για τη σύγκριση 2 εξαρτημένων δειγμάτων (X_1, X_2) μιας μεταβλητής X της οποίας τα δεδομένα είναι σειράς (ordinal, δηλαδή διατακτικής κλίμακας) ή ποσοτικά αλλά με μη κανονική κατανομή (Wilcoxon, 1947). Ο Wilcoxon ελέγχει αν τα 2 εξαρτημένα δείγματα διαφέρουν ως προς σειρές τους (mean ranks) στη μεταβλητή X και αποτελεί το *μέγιστο μη παραμετρικό ισοδύναμο του ελέγχου t για εξαρτημένα δείγματα*. Βασίζεται στις παραδοχές (α) τυχαίο δείγμα, (β) ανεξαρτησία δεδομένων μεταξύ υποκειμένων.

Οι έλεγχοι αυτού του είδους διερευνούν αν 2 εξαρτημένα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό. Η καταλληλότητά τους εξαρτάται από το είδος των δεδομένων (SPSS22). Για **δεδομένα συνεχή** κατάλληλοι είναι ο **Sign** και ο **Wilcoxon**. Ο **Sign** συγκρίνει τις θετικές (+) με τις αρνητικές (-) διαφορές μεταξύ των τιμών των 2 δειγμάτων (X_1, X_2) κατά ζεύγη. Ο **Wilcoxon** είναι αναβάθμιση του Sign, καθότι ελέγχει όχι μόνο την κατεύθυνση (+, -) αλλά και το μέγεθος της διαφοράς των τιμών των 2 δειγμάτων και είναι πιο ισχυρός, γι' αυτό και χρησιμοποιείται σχεδόν αποκλειστικά για τέτοιου είδους δεδομένα έναντι το ελέγχου Sign. Για **δεδομένα 2-κατηγορικά** (binomial, dichotomous, π.χ. 0 και 1 ή 1 και 2) κατάλληλος είναι ο **McNemar**, που εφαρμόζεται σε πειραματικούς σχεδιασμούς πριν-μετά (before, after experiments) από κάποια παρέμβαση. Ο έλεγχος **Marginal Homogeneity** είναι γενίκευση του **McNemar**, είναι κατάλληλος για **δεδομένα πολυ-κατηγορικά** (multi-categorical, multinomial data) και βασίζεται στην κατανομή χ^2 .

Τα αρχικά δεδομένα περιλαμβάνουν 1 ομάδα υποκειμένων (π.χ. ατόμων) πλήθους N στα οποία η ίδια μεταβλητή X έχει μετρηθεί σε 2 διαφορετικές περιπτώσεις (X_1 & X_2) και κατά συνέπεια περιλαμβάνουν N ζεύγη τιμών.

Ο έλεγχος Wilcoxon περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

Βήμα 1ο - Αλγεβρικές μεταβολές (διαφορές d) μεταξύ 1ου (X_1) 2ου (X_2) δείγματος: $d = X_2 - X_1$.

Βήμα 2ο - Ταξινόμηση των μεταβολών d σε σειρά μεγέθους (R) με βάση τις απόλυτες τιμές τους (αγνοούνται τα πρόσημα).

Βήμα 3ο - Αθροίσματα των σειρών με θετικά (R+) και αρνητικά (R-) πρόσημα ξεχωριστά ($\Sigma R_+, \Sigma R_-$) και εντοπισμός του μικρότερου αθροίσματος (W).

Βήμα 4ο - Έλεγχος **στατιστικής σημαντικότητας του μικρότερου αθροίσματος**: $W = \Sigma R_+$ ή $W = \Sigma R_-$.

- Για $N \leq 50$ --> Άμεσος Έλεγχος (W)

σημαντικότητα του W (παράρτημα N):

με επίπεδο πιθανότητας α & πλήθος δείγματος N

το κρίσιμο μικρότερο άθροισμα W είναι $W_c = W_{(\alpha, N)}$, οπότε

- αν $W \leq W_c$ η διαφορά είναι **σημαντική**,
- αν $W > W_c$ η διαφορά είναι **μη σημαντική**.

- Για $N > 50$ --> Έμμεσος Έλεγχος (z)

Το μικρότερο άθροισμα (W) μετασχηματίζεται σε z

$$Z = \frac{W_{\min} - N(N+1)/4}{\sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}} \quad (16.3)$$

συγκρίνεται το z με το κρίσιμο z_c (δηλαδή με αυτό που αντιστοιχεί στην πιθανότητα α):

- αν $z \geq z_c$ η διαφορά είναι σημαντική,
- αν $z < z_c$ η διαφορά είναι μη σημαντική.

Παράδειγμα 16.2 – Wilcoxon (W): σύγκριση 2 εξαρτημένων δειγμάτων.

Μια ομάδα 10 αθλητών αξιολογήθηκε με ερωτηματολόγιο σε μια ιδιότητα συμπεριφοράς πριν (X_1) και μετά (X_2) τη συμμετοχή της σε έναν κρίσιμο αγώνα και πέτυχε τους βαθμούς που δίνονται στον πίν. 16.2.

Υποθέστε ότι η μεταβλητή X είναι μεν διακριτή ποσοτική (discrete quantitative), αλλά έχει έντονα ασύμμετρη κατανομή (μη κανονική). Έτσι επιλέγεται ο μη παραμετρικός έλεγχος Wilcoxon αντί του ελέγχου t και ζητείται να ελεγχθεί στο $\alpha=0.05$ αν οι σειριακές (ranks) επιδόσεις των 10 αθλητών στις 2 αξιολογήσεις διαφέρουν σημαντικά.

Επειδή $N < 50$ γίνεται ο **άμεσος έλεγχος** ως εξής (πίν. 16.1) :

Βήμα 1ο - Οι αλγεβρικές μεταβολές μεταξύ 1ης (X_1) και 2ης (X_2) αξιολόγησης δίνονται στη στήλη $d = X_2 - X_1$.

Βήμα 2ο - Οι μεταβολές d ταξινομήθηκαν σε σειρά μεγέθους με βάση τις απόλυτες τιμές (στήλη R).

Βήμα 3ο - Αθροίσματα των σειρών είναι: $\Sigma R_+ = 48 = W_+$ και $\Sigma R_- = 7 = W_-$.

Βήμα 4ο - Στατιστική σημαντικότητα του μικρότερου $W = \Sigma R_- = 7$:

- με επίπεδο πιθανότητας $\alpha = 0.05$ (δίπλευρος έλεγχος)
- & πλήθος δείγματος $N = 10$ (παράρτημα N)
- η κρίσιμη τιμή W είναι $W_c = W_{(0.05, 10)} = 8$, οπότε,
- επειδή $W = 7 < W_c = 8 \rightarrow$ η διαφορά είναι σημαντική.

Πίνακας 16.2 - Έλεγχος Wilcoxon: σύγκριση 2 εξαρτημένων δειγμάτων

N	Αξιολόγηση		Μεταβολή	Σειρές		
	X_1	X_2	$d = X_2 - X_1$	R	R+	R-
1	17	16	-1	-2		2
2	18	20	+2	+5	5	
3	10	13	+3	+8	8	
4	16	19	+3	+8	8	
5	13	14	+1	+2	2	
6	15	13	-2	-5		5
7	11	16	+5	+10	10	
8	15	16	+1	+2	2	
9	12	15	+3	+8	8	
10	10	12	+2	+5	5	
				$\Sigma =$	48	7

Οι τιμές R βγήκαν με βάση τις μεταβολές $|d|$.

Εναλλακτικά μετασηματίζουμε τη μικρότερη τιμή W (εδώ είναι η $W^- = 7$)

$$Z = \frac{7 - 10(10+1)/4}{\sqrt{\frac{10(10+1)[(2)(10)+1]}{24}}} = \frac{-20.5}{9.8107} = 2.09 \approx 2.1$$

Από το παράρτημα Γ βρίσκουμε ότι η τιμή z που αντιστοιχεί στην πιθανότητα $\alpha = 0.05$ είναι 1.64, οπότε

επειδή $z = 2.1 >$ κρίσιμο $z = 1.64 \rightarrow$ η διαφορά είναι σημαντική.

Συμπέρασμα: οι πληθυσμοί στους οποίους ανήκουν τα 2 εξαρτημένα δείγματα είναι διαφορετικοί, δηλαδή διαφέρουν ως προς τους διάμεσους.

16.3 Έλεγχος Kruskal-Wallis (H): Σύγκριση k Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Ο έλεγχος Kruskal-Whallis (H) εφαρμόζεται για τη σύγκριση k ανεξάρτητων δειγμάτων μιας μεταβλητής X της οποίας τα δεδομένα είναι σειράς (ordinal, διατακτική κλίμακα) ή είναι ποσοτικά (quantitative) αλλά με μη κανονική κατανομή (Kruskal-Wallis, 1952). Με τον έλεγχο αυτό εξετάζεται αν τα k ανεξάρτητα δείγματα (ομάδες) διαφέρουν ως προς τις μέσες σειρές τους (mean ranks) και αποτελεί το μέγιστο (σειριακό) μη παραμετρικό ισοδύναμο της ανάλυσης διασποράς (ANOVA) για ανεξάρτητα δείγματα. Ο έλεγχος βασίζεται στις παραδοχές: (α) τυχαίο δείγμα και (β) ανεξαρτησία των δεδομένων μεταξύ υποκειμένων και ομάδων, και (γ) κατανομές με ίδια μορφή.

Η ανάλυση Kruskal-Whallis λέγεται και μη παραμετρική ANOVA (non parametric Analysis of Variance) καθότι ουσιαστικά είναι ίδια με την παραμετρική Ανάλυση Διασποράς για k ανεξάρτητα δείγματα (ANOVA for k independent samples), που θα δούμε στο κεφάλαιο 17, αλλά εφαρμόζεται σε σειριακά (διατεταγμένα δεδομένα, ordinal) ή σε δεδομένα που έχουν μετασχηματισθεί σε διατακτικά και δείχνουν σειρά μεγέθους (ranks).

Ο έλεγχος αυτός ανήκει σε μια ομάδα 3 μη παραμετρικών ελέγχων σειράς (rank tests) για k ανεξάρτητα δείγματα της ίδιας μεταβλητής (SPSS22). Οι άλλοι 2 έλεγχοι είναι ο **Median**, ένας πιο γενικός αλλά λιγότερο ισχυρός έλεγχος, και ο έλεγχος **Jonckheere-Terpstra** για περιπτώσεις που οι k πληθυσμοί (και επομένως τα αντίστοιχα k δείγματα) είναι σε μια φυσιολογική (ανοδική ή καθοδική) σειρά. Ο έλεγχος Kruskal-Whallis και ο έλεγχος Median βασίζονται στην προϋπόθεση ότι οι k πληθυσμοί δεν έχουν κάποια συγκεκριμένη, διατεταγμένη σειρά μεταξύ τους και επομένως υποθέτουν κατανομές με ίδιους διάμεσους και ίδια μορφή (SPSS22).

Τα δεδομένα στην ανάλυση Kruskal-Whallis καταλήγουν να είναι σειρές (ranks) και έτσι η διασπορά για το σφάλμα είναι ήδη γνωστή και ισούται με $N(N+1)/12$, όπου N το ολικό δείγμα: $N = N_1 + N_2 + \dots + N_k$.

Έτσι, οι διαφορές μεταξύ των k ομάδων ως προς τις μέσες τους σειρές (mean ranks) υπολογίζονται με βάση το πηλίκο (στατιστικό H) του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων των μέσων σειρών από την ολική μέση σειρά $(N+1)/2$, προς τη διασπορά για το σφάλμα.

Ο έλεγχος **Kruskal-Whallis** περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

Βήμα 1ο - Αρχικές τιμές X σε κοινή σειρά μεγέθους (R) για τις k ομάδες,

Βήμα 2ο - Άθροισμα σειρών για κάθε ομάδα: $\Sigma R_1 \quad \Sigma R_2 \quad \dots \quad \Sigma R_k$

Βήμα 3ο - Μέση σειρά (mean rank) για κάθε ομάδα:

$$\bar{R}_1 = \Sigma R_1 / N_1, \quad \bar{R}_2 = \Sigma R_2 / N_2, \quad \dots, \quad \bar{R}_k = \Sigma R_k / N_k$$

Βήμα 5ο - Ολική μέση σειρά:

$$\bar{R} = (N_1 + N_2 + \dots + N_k + 1) / 2 = (N + 1) / 2$$

Βήμα 6ο - Τετράγωνο απόκλισης μέσης σειράς από ολική μέση σειρά

$$N_1(\bar{R}_1 - \bar{R})^2, \quad N_2(\bar{R}_2 - \bar{R})^2, \quad N_3(\bar{R}_3 - \bar{R})^2, \quad \dots, \quad N_k(\bar{R}_k - \bar{R})^2$$

Βήμα 7ο - Άθροισμα των $N_j(\bar{R}_j - \bar{R})^2 =$

$$\text{στατιστικό } S = \sum N_j(\bar{R}_j - \bar{R})^2$$

Βήμα 8ο - Στατιστικό

$$H = \frac{12 * S}{N * (N + 1)} \quad (\text{ισοδύναμο του } \chi^2)$$

και σε περίπτωση **ισοβαθμιών** (ties, ίσες σειρές, T)

$$\mathbf{H\text{-διορθωμένο}} \quad H_T = H / \left(1 - \sum T / (N^3 - N)\right)$$

όπου $\Sigma T = (T^3 - T)$

με T = ο αριθμός των στοιχείων σε κάθε ισοβαθμία

Βήμα 9ο - Έλεγχος σημαντικότητας του H ή του διορθωμένου H_T :

με πιθανότητα σφάλματος α και

με βαθμούς ελευθερίας $df = k - 1$

εντοπίζεται η κρίσιμη τιμή χ^2_c (παράρτημα Θ)

οπότε (συγκρίνοντας την πραγματική με την κρίσιμη τιμή χ^2)

- αν πραγματική $\chi^2 \geq$ κρίσιμη $\chi^2_c \rightarrow$ η διαφορά είναι **σημαντική**,

- αν $\chi^2 < \chi^2_c \rightarrow$ η διαφορά είναι **μη σημαντική**.

Παράδειγμα 16.3 - Kruskal-Whallis (H): σύγκριση 3 ανεξάρτητων δειγμάτων.

Τρία τυχαία δείγματα αθλητών διαφορετικών αθλημάτων (Α με 8 αθλητές, Β με 6 αθλητές και Γ με 9 αθλητές) εξετάστηκαν σε μια δεξιότητα κινητικού ελέγχου (X) και έκαναν τα σφάλματα (X) και δίνονται στον πίν. 16.4.

Πίνακας 16.3 - Έλεγχος Kruskal-Whallis: σύγκριση 3 ανεξάρτητων δειγμάτων

Άθλημα j	Παίχτης i	Επίδοση X	Σειρά R	Άθροισμα ΣR	Μέση R Nj	Μεταξύ Ομάδων ΣR / Nj
Α	1	6	1	36	8	4.50
	2	11	6			
	3	13	8			
	4	9	4			
	5	10	5			
	6	12	7			
	7	7	2			
	8	8	3			
Β	1	18	12	69	6	11.50
	2	15	10			
	3	19	13			
	4	14	9			
	5	16	11			
	6	20	14			
Γ	1	40	17	171	9	19.00
	2	38	16			
	3	50	20			
	4	46	18			
	5	76	22			
	6	25	15			
	7	53	21			
	8	47	19			
	9	92	23			
N =	23			S =	Σ =	892.50

Υποθέστε ότι η μεταβλητή X είναι μεν διακριτή ποσοτική (discrete quantitative), αλλά έχει έντονα ασύμμετρη κατανομή (μη κανονική). Έτσι επιλέγεται ο μη παραμετρικός έλεγχος Kruskal-Whallis αντί της ανάλυσης διασποράς (ANOVA) για ανεξάρτητα δείγματα, που θα γνωρίσουμε στο κεφάλαιο 17, και ζητείται να ελεγχθεί στο $\alpha = 0.05$ αν οι σειριακές (ranks) επιδόσεις (σφάλματα) των 3 ομάδων παιχτών διαφέρουν σημαντικά.

Υπολογιστικά βήματα για τον έλεγχο Kruskal-Whallis:

Βήμα 1ο - Αρχικές τιμές X σε κοινή σειρά μεγέθους (R) για τις k ομάδες,

Βήμα 2ο - Άθροισμα σειρών για κάθε ομάδα: $\Sigma R_1 = 36$, $\Sigma R_2 = 69$, $\Sigma R_3 = 171$

Βήμα 3ο - Μέση σειρά (mean rank) για κάθε ομάδα:

$$\bar{R}_1 = 36/8 = 4.5, \quad \bar{R}_2 = 69/6 = 11.5, \quad \bar{R}_3 = 171/9 = 19$$

Βήμα 5ο - Ολική μέση σειρά: $\bar{R} = (8 + 6 + 9 + 1)/2 = (23 + 1)/2 = 12$

Βήμα 6ο - Τετράγωνο απόκλισης μέσης σειράς από ολική μέση σειρά

$$(8)(4.5 - 12)^2 = 450, \quad (6)(11.5 - 12)^2 = 1.50, \quad (9)(19 - 12)^2 = 441$$

Βήμα 7ο - Στατιστικό $S = 450 + 1.50 + 441 = 892.5$

Βήμα 8ο - Στατιστικό H $H = \frac{(12)(892.5)}{(23)(23 + 1)} = \frac{10710}{552} = 19.402$

(δεν υπάρχουν ισοβαθμίες, no ties)

Βήμα 9ο - Έλεγχος σημαντικότητας του H :

με πιθανότητα σφάλματος $\alpha = 0.05$ και
με βαθμούς ελευθερίας $df = k - 1 = 3 - 1 = 2$

η κρίσιμη τιμή χ^2 είναι $\chi^2_c = 5.99$ (παράρτημα Θ) οπότε

επειδή $\chi^2 = 19.402 \geq \chi^2_c = 5.99 \rightarrow$ η διαφορά είναι **σημαντική**,

Συμπέρασμα: με πιθανότητα σφάλματος τύπου Ι ίση με 5% οι 3 πληθυσμοί δεν έχουν την ίδια σειριακή δομή και επομένως διαφέρουν σημαντικά ως προς τη συγκεκριμένη ιδιότητα (σφάλμα κινητικού ελέγχου).

16.4 Έλεγχος *Friedman* (χ^2): Σύγκριση *k* Εξαρτημένων Δειγμάτων

Ο έλεγχος *Friedman* (χ^2) εφαρμόζεται για τη σύγκριση *k* εξαρτημένων δειγμάτων μιας μεταβλητής *X* της οποίας τα δεδομένα είναι σειράς (ordinal, διατακτική κλίμακα) ή είναι ποσοτικά (quantitative) αλλά με μη κανονική κατανομή (*Friedman*, 1937).

Ο έλεγχος αυτός εξετάζει αν τα *k* εξαρτημένα δείγματα (επαναληπτικές μετρήσεις της ίδιας μεταβλητής) διαφέρουν ως προς τις μέσες σειρές τους (mean ranks) και αποτελεί το μέγιστο (σειριακό) μη παραμετρικό ισοδύναμο της ανάλυσης διασποράς (*ANOVA*) για εξαρτημένα δείγματα. Ο έλεγχος βασίζεται στις παραδοχές: (α) τυχαία δείγματα, (β) ανεξαρτησία των δεδομένων μεταξύ υποκειμένων, (γ) κατανομές με ίδια μορφή.

Η ανάλυση *Friedman* λέγεται και μη παραμετρική *ANOVA* για επαναληπτικές μετρήσεις (non parametric Analysis of Variance for repeated measures) καθότι ουσιαστικά είναι ίδια με την παραμετρική Ανάλυση Διασποράς για *k* εξαρτημένα δείγματα (*ANOVA* for *k* dependent samples), που θα δούμε στο κεφάλαιο 18, αλλά εφαρμόζεται σε σειριακά (διατεταγμένα δεδομένα, ordinal) ή σε δεδομένα που έχουν μετασχηματισθεί σε διατακτικά και δείχνουν σειρά μεγέθους (ranks).

Ο έλεγχος αυτός ανήκει σε μια ομάδα 3 μη παραμετρικών ελέγχων σειράς (rank tests) για *k* εξαρτημένα δείγματα της ίδιας μεταβλητής (SPSS22). Οι άλλοι 2 έλεγχοι είναι του **Kendall** (*W*) και του **Cochran** (*Q*). Ο έλεγχος **Kendall** αποτελεί κανονικοποίηση (normalization) του έλεγχου *Friedman* και αποτελεί δείκτη συμφωνίας (concordance) μεταξύ των αξιολογήσεων (βαθμών) που δίνουν *k* διαφορετικοί αξιολογητές (όπου οι περιπτώσεις είναι αξιολογητές και η μεταβλητή *X* είναι μια ιδιότητα ή ένα άτομο που αξιολογείται). Ως δείκτης συμφωνίας (coefficient of concordance) παίρνει τιμές από το 0 (καμία συμφωνία) μέχρι το 1 (τέλεια συμφωνία). Ο έλεγχος **Cochran** is ίδιος με αυτό του *Friedman*, αλλά αφορά μεταβλητές που έχουν δύο μόνο τιμές (binaries) και αποτελεί προέκταση σε *k* δείγματα του ελέγχου **McNemar** που είναι για 2 δείγματα (SPSS22).

Τα δεδομένα στην ανάλυση *Friedman* καταλήγουν να είναι σειρές (ranks) και έτσι η διασπορά για το σφάλμα είναι ήδη γνωστή και ισούται με $N(Nk+1)/12$, όπου *N* το δείγμα, *k* τα εξαρτημένα δείγματα (επαναλαμβανόμενες μετρήσεις) της ίδιας μεταβλητής *X*. Έτσι, οι διαφορές μεταξύ των *k* δειγμάτων ως προς τις μέσες σειρές τους (mean ranks) υπολογίζονται με βάση το πηλίκο (στατιστικό *H*) του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων των μέσων σειρών από την ολική μέση σειρά $\Sigma R/k$, προς τη διασπορά για το σφάλμα.

Ο έλεγχος **Friedman** περιλαμβάνει τα εξής **υπολογιστικά βήματα**:

Βήμα 1ο - Αρχικές τιμές *X* σε σειρά μεγέθους (*R*) για κάθε περίπτωση (*N*),

Βήμα 2ο - Άθροισμα σειρών για κάθε δείγμα: $\Sigma R_1 \ \Sigma R_2 \ \dots \ \Sigma R_k$

Βήμα 3ο - Μέση σειρά (mean rank) για κάθε δείγμα (ως περιγραφικό):

$$\bar{R}_1 = \Sigma R_1 / N, \quad \bar{R}_2 = \Sigma R_2 / N, \quad \dots, \quad \bar{R}_k = \Sigma R_k / N$$

Βήμα 5ο - Ολική μέση σειρά: $\bar{R} = (\Sigma R_1 + \Sigma R_2 + \dots + \Sigma R_k) / k$

Βήμα 6ο - Τετράγωνο απόκλισης αθροίσματος σειράς από ολική μέση σειρά

$$(\Sigma R_1 - \bar{R})^2, \quad (\Sigma R_2 - \bar{R})^2, \quad (\Sigma R_3 - \bar{R})^2, \quad \dots, \quad (\Sigma R_k - \bar{R})^2$$

Βήμα 7ο - Άθροισμα των $(\Sigma R_j - \bar{R})^2$

$$= \text{στατιστικό} \quad S = \sum (\Sigma R_j - \bar{R})^2$$

Βήμα 8ο - Στατιστικό H $\chi^2 = \frac{12(S)}{(N)(k)(k+1)}$ (ισοδύναμο του χ^2)

και σε περίπτωση **ισοβαθμιών** (ties, ίσες σειρές, T)

στατιστικό H - διορθωμένο: $\chi_r^2 = \chi^2 / (1 - \sum T / Nk(k^2 - 1))$

όπου $\Sigma T = (T^3 - T)$ και T = ο αριθμός των στοιχείων σε κάθε ισοβαθμία

Βήμα 9ο - Έλεγχος σημαντικότητας του χ^2 ή του διορθωμένου χ^2 :

με πιθανότητα σφάλματος α και

με βαθμούς ελευθερίας $df = k - 1$

εντοπίζεται η κρίσιμη τιμή χ^2_c (παράρτημα Θ)

οπότε (μετά από σύγκριση της πραγματικής με την κρίσιμη τιμή χ^2)

- αν η πραγματική $\chi^2 \geq$ κρίσιμη χ^2_c

→ η διαφορά είναι **σημαντική**,

- αν έχουμε $\chi^2 < \chi^2_c$ → η διαφορά είναι **μη σημαντική**.

Παράδειγμα 16.4 – Friedman (χ^2): σύγκριση 4 εξαρτημένων δειγμάτων.

Δέκα (10) μαθητές βαθμολογήθηκαν σε μια κινητική δεξιότητα 4 διαδοχικές φορές (X_1, X_2, X_3, X_4) κάθε φορά μετά από έντονη άσκηση 5 λεπτών και πέτυχαν τις επιδόσεις που δίνονται στον πίνακα 16.4. Στην υποθετική αυτή έρευνα εξετάζεται η αθροιζόμενη επίδραση της κόπωσης στη X .

Υποθέστε ότι η μεταβλητή X είναι μεν διακριτή ποσοτική (discrete quantitative), αλλά έχει έντονα ασύμμετρη κατανομή (μη κανονική). Έτσι επιλέγεται ο μη παραμετρικός έλεγχος Friedman αντί της Ανάλυσης Διασποράς (ANOVA) για εξαρτημένα δείγματα, που θα γνωρίσουμε στο κεφάλαιο 18, και ζητείται να ελεγχθεί στο $\alpha = 0.05$ αν οι σειριακές (ranks) επιδόσεις των 10 μαθητών στις 4 διαδοχικές μετρήσεις διαφέρουν σημαντικά.

Πίνακας 16.4 - Έλεγχος Friedman: σύγκριση 4 εξαρτημένων δειγμάτων

Μαθητής	Μετρήσεις τής X				Σειρά της X για κάθε μαθητή			
	X_1	X_2	X_3	X_4	R_1	R_2	R_3	R_4
1	9	7	6	5	4	3	2	1
2	10	7	8	4	4	2	3	1
3	5	7	4	2	3	4	2	1
4	8	9	6	1	3	4	2	1
5	10	5	7	3	4	2	3	1
6	9	8	7	4	4	3	2	1
7	8	6	4	1	4	3	2	1
8	7	5	4	2	4	3	2	1
9	9	7	5	3	4	3	2	1
10	6	7	3	1	3	4	2	1
Άθροισμα σειρών $\Sigma R_j =$					37	31	22	10
Ολική Μέση σειρά $\Sigma R_j/k =$					$(37 + 31 + 22 + 10) / 4 = 25$			
Άθρ. τετρ. αποκλ. $(\Sigma R_j - \Sigma R/k)^2 =$					144	36	9	225

Υπολογιστικά βήματα για τον έλεγχο Friedman:

Βήμα 1ο - Αρχικές τιμές X σε σειρά μεγέθους (R) για κάθε περίπτωση (N),

Βήμα 2ο - Άθροισμα σειρών για κάθε δείγμα:

$$\Sigma R_1 = 37$$

$$\Sigma R_2 = 31$$

$$\Sigma R_3 = 22$$

$$\Sigma R_4 = 10$$

Βήμα 3ο - Μέση σειρά (mean rank) για κάθε δείγμα:

$$\bar{R}_1 = 37/10 = 3.7 \quad \bar{R}_2 = 31/10 = 3.1 \quad \bar{R}_3 = 22/10 = 2.2 \quad \bar{R}_4 = 10/10 = 1$$

Βήμα 5ο - Ολική μέση σειρά: $\bar{R} = (37+31+22+10)/4 = 25$

Βήμα 6ο - Τετράγωνο απόκλισης αθροίσματος σειρών από ολική μέση σειρά

$$(37-25)^2 = 144 \quad (31-25)^2 = 36 \quad (22-25)^2 = 9 \quad (10-25)^2 = 225$$

Βήμα 7ο - Αθροισμα των $(\sum R_j - \bar{R})^2 =$

$$\text{στατιστικό } S = 144 + 36 + 9 + 225 = 414$$

Βήμα 8ο - **Στατιστικό**

$$\chi^2 = \frac{(12)(414)}{(10)(4)(4+1)} = \frac{4968}{200} = 24.84$$

(δεν υπάρχουν ισοβαθμίες, ties, ίσες σειρές, T)

Βήμα 9ο - Έλεγχος σημαντικότητας του χ^2 ή του διορθωμένου χ^2 :

με πιθανότητα σφάλματος $\alpha = 0.05$ και

με βαθμούς ελευθερίας $df = k - 1 = 4 - 1 = 3$

η κρίσιμη τιμή $\chi^2_c = 7.81$ (παράρτημα Θ)

επειδή $\chi^2 = 24.84 \geq \chi^2_c = 7.81 \rightarrow$ η διαφορά είναι **σημαντική**,

Συμπέρασμα: με πιθανότητα σφάλματος τύπου I ίση με 5% οι 4 πληθυσμοί δεν έχουν την ίδια σειριακή δομή και επομένως διαφέρουν σημαντικά ως προς τη συγκεκριμένη κινητική ιδιότητα: οι 4 διαδοχικές παρεμβάσεις άσκησης (0, 10, 20 και 30 λεπτών) επέφεραν σημαντική διαφοροποίηση.

16.5 Οι μη Παραμετρικές Συγκρίσεις στο SPSS

1. Παράδειγμα 16.1 - Mann-Whitney: σύγκριση 2 ανεξάρτητων δειγμάτων

SPSS: Analyze > Nonparametric Tests > Legacy Dialogs > 2 Independent Samples > Test Variable List: X > Grouping Variable = ΟΜΑΔΑ > Define Groups: 1, 2 > Test Type = Mann-Whitney U.

NPARTESTS /M-W= X BY GR(1 2).

Πίνακας Ranks (στατιστικά σειρών)

Ranks			
ΟΜΑΔΑ	N	Mean Rank	Sum of Ranks
X 1	8	6,50	52,00
2	10	11,90	119,00
Total	18		

ΟΜΑΔΑ 1 και 2 = οι κωδικοί των 2 ομάδων (ανεξάρτητων δειγμάτων).

N = 8 και 10 τα πλήθη των 2 δειγμάτων.

Sums of Ranks = ΣR: ΣR1 = 52 ΣR2 = 119

Mean Rank = μέση σειρά = ΣR / N: 52 / 8 = 6.5, 119 / 10 = 11.9

Πίνακας Test Statistics (στατιστικά ελέγχου)

Test Statistics ^a	
	X
Mann-Whitney U	16,000
Z	-2,132
Asymp. Sig. (2-tailed)	,033
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,034 ^b

a. Grouping Variable: ΟΜΑΔΑ

b. Not corrected for ties.

Mann-Whitney U = 16

$$U_2 = (8)(10) + \frac{(10)(10+1)}{2} - 119 = 16$$

ή εναλλακτικά

$$Z = \frac{16 - ((8)(10)/2)}{\sqrt{\frac{(8)(10)(8+10+1)}{12}}} = -2.132$$

Asymptotic Significance (2-tailed) = 0.033 (<0.05)

--> Με πιθανότητα σφάλματος τύπου I ίση με 3.3% < 5% μεταξύ των σειρών των 2 ανεξάρτητων ομάδων υπάρχει **σημαντική διαφορά**.

--> Τα 2 δείγματα δεν προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό.

2. Παράδειγμα 16.2 - Wilcoxon: σύγκριση 2 εξαρτημένων δειγμάτων

SPSS: Analyze > Nonparametric Tests > Legacy Dialogs > 2 Related Samples > Test Pairs: variable 1 = X1, variable 2 = X2 > Test Type = Wilcoxon.

NPART TESTS / WILCOXON = X1 WITH X2 (PAIRED).

Πίνακας Ranks (στατιστικά σειρών)

Ranks				
		N	Mean Rank	Sum of Ranks
X2 - X1	Negative Ranks	2 ^a	3,50	7,00
	Positive Ranks	8 ^b	6,00	48,00
	Ties	0 ^c		
	Total	10		

a. X2 < X1

b. X2 > X1

c. X2 = X1

X1 και X2 = οι κωδικοί των 2 εξαρτημένων δειγμάτων της X.
N = 2 και 8 τα πλήθη των 2 σειρών (negative, positive).

Sums of Ranks = ΣR: ΣR(-) = 7 ΣR(+) = 48

Mean Rank = μέση σειρά = ΣR / N: 7 / 2 = 3.5, 48 / 8 = 6

Πίνακας Test Statistics (στατιστικά ελέγχου)

Test Statistics ^a	
	X2 - X1
Z	-2,106 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	,035

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on negative ranks.

Wilcoxon Z = -2.1

$$Z = \frac{7 - 10(10+1)/4}{\sqrt{\frac{(10)(10+1)[(2)(10+1)]}{24}}} = -2.1$$

Asymptotic Significance (2-tailed) = 0.035 (<0.05)

--> Με πιθανότητα σφάλματος τύπου Ι ίση με 3.5% μεταξύ των σειρών των 2 εξαρτημένων δειγμάτων υπάρχει **σημαντική διαφορά**.

--> Τα 2 δείγματα δεν προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό.

3. Παράδειγμα 16.3 - Kruskal-Wallis - σύγκριση 3 ανεξάρτ. δειγμάτων

SPSS: Analyze > Nonparametric Tests > Legacy Dialogs > K Independent Samples > Test Variable List: X > Grouping Variable: ΟΜΑΔΑ > Define Range: 1, 3 > Test Type = Kruskal-Wallis H.

NPARTESTS / K-W = X BY ΟΜΑΔΑ (1 3).

Πίνακας Ranks (στατιστικά σειρών)

Ranks		
ΟΜΑΔΑ	N	Mean Rank
X 1	8	4,50
2	6	11,50
3	9	19,00
Total	23	

X1, X2, X3 = οι κωδικοί των 3 ανεξάρτητων δειγμάτων της X.

N1=8, N2=6, N3=9 τα πλήθη των 3 ομάδων --> N = 8 + 6 + 9 = 23

Mean Ranks = $\Sigma R / N$: 4.5 = 36 / 8, 11.5 = 69 / 6, 19 = 171 / 9.

Πίνακας Test Statistics (στατιστικά ελέγχου)

Test Statistics ^{a,b}	
	X
Chi-Square	19,402
df	2
Asymp. Sig.	,000

στατιστικό $S = \sum N_j (\bar{R}_j - \bar{R})^2$
= 892.5 -->

$$\text{Chi-Square} = x^2 = H = \frac{12S}{N(N+1)}$$

$$= \frac{(12)(892.5)}{23(23+1)} = \frac{10710}{552} = 19.402$$

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: ΟΜΑΔΑ

df = degrees of freedom = βαθμοί ελευθερίας = k - 1 = 3 - 1 = 2

Asymptotic Significance (2-tailed) = 0.000 (<0.001)

--> Με πιθανότητα σφάλματος τύπου I < 0.1% μεταξύ των σειρών των 3 ανεξάρτητων δειγμάτων υπάρχει **σημαντική διαφορά**.

--> Τα 3 δείγματα δεν προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό.

Η ανάλυση Kruskal-Whallis αποτελεί το μη παραμετρικό ισοδύναμο της ANOVA για k ανεξάρτητα δείγματα και λέγεται μη παραμετρική ANOVA (non parametric Analysis of Variance): βασίζεται στις σειρές.

4. Παράδειγμα 16.4 - Friedman: σύγκριση 4 εξαρτημένων δειγμάτων

SPS: Analyze >> Nonparametric Tests >> Legacy Dialogs >> K Related Samples
>> Test Variables: X1 X2 X3 X4 >> Test Type: Friedman.

NPAR TESTS / FRIEDMAN = X1 X2 X3 X4.

Πίνακας Ranks (στατιστικά σειρών)

Ranks	
	Mean Rank
X1	3,70
X2	3,10
X3	2,20
X4	1,00

X1, X2, X3, X4 = οι κωδικοί των 4 εξαρτημένων δειγμάτων της X.

N = 10 = το πλήθος του δείγματος (δε δίνεται).

Mean Rank = $\Sigma R/N$:

3.7 = 37/10, 3.1 = 31/10, 2.2 = 22/10, 1 = 10/10.

Πίνακας Test Statistics (στατιστικά ελέγχου)

Test Statistics ^a	
N	10
Chi-Square	24,840
df	3
Asymp. Sig.	,000

a. Friedman Test

στατιστικό $S = \sum (\sum R_j - \bar{R})^2$
= 414 -->

$$\text{Chi-Square} = x^2 = \frac{12S}{Nk(k+1)}$$

$$= \frac{12(414)}{10(4)(4+1)} = \frac{4968}{200} = 24.84$$

df = degrees of freedom = βαθμοί ελευθερίας = k - 1 = 4 - 1 = 3

Asymptotic Significance (2-tailed) = 0.000 (<0.001):

--> **Με πιθανότητα σφάλματος τύπου I < 0.1%** μεταξύ των σειρών των 3 ανεξάρτητων δειγμάτων υπάρχει **σημαντική διαφορά**.

--> Τα 3 δείγματα δεν προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό.

Η ανάλυση Friedman αποτελεί το μη παραμετρικό ισοδύναμο της ANOVA για k εξαρτημένα δείγματα και λέγεται μη παραμετρική ANOVA (non parametric Analysis of Variance): βασίζεται στις σειρές.

Προβλήματα και Ασκήσεις για Λύση στο SPSS

1. Σε έρευνα, ομάδα 7 ατόμων έκανε μόνο δίαιτα και άλλη ομάδα 7 ατόμων έκανε δίαιτα και άσκηση. Μετά από 3 μήνες η απώλεια βάρους (kg) ήταν:

Ομάδα 1η: 2.1 3.2 3.5 2.7 3.5 3.1 2.9

Ομάδα 2η: 4.5 5.4 6.3 6.1 5.2 7.1 7.4.

Να γίνει έλεγχος Mann-Whitney για τη σημαντικότητα της (σειριακής) διαφοράς μεταξύ των 2 ομάδων στο $\alpha=0.05$. Ερμήνευσε, συμπεράνε. Τρέξε την ανάλυση και στο SPSS.

2. Σε έρευνα μετρήθηκαν 5 μαθήτριες σε μια κινητική δεξιότητα X πριν και μετά από προθέρμανση και πήραν τους εξής βαθμούς:

Πριν την προθέρμανση X1: 1 5 7 4 3

Μετά την προθέρμανση X2: 3 6 7 5 4

Να γίνει έλεγχος Wilcoxon για τη σημαντικότητα της (σειριακής) διαφοράς μεταξύ των 2 μετρήσεων στο $\alpha=0.05$. Ερμήνευσε, συμπεράνε.

3. Σε έρευνα μετρήθηκαν 10 αθλητές στην περίμετρο βραχίονα (cm) χωρίς μυϊκή σύσπαση και με μυϊκή σύσπαση και πήραν τις εξής τιμές:

Χωρίς X1: 28.2 31.0 29.5 28.8 35.0 27.9 29.0 29.4 28.8 31.2

Με X2: 31.2 33.4 32.2 31.1 35.7 30.1 31.4 32.4 32.4 34.4.

Να γίνει Wilcoxon για τη σημαντικότητα της (σειριακής) διαφοράς των 2 μετρήσεων. Ερμήνευσε, συμπεράνε. Τρέξε την ανάλυση και στο SPSS.

4. Σε έρευνα μετρήθηκαν σε μια σωματική άσκηση 3 ομάδες ατόμων και πέτυχαν τους βαθμούς:

Ομάδα 1 X1: 1 1 2 4

Ομάδα 2 X2: 4 4 7 10 10

Ομάδα 3 X3: 5 6 7 9 13

Να γίνει έλεγχος kruskal-Whallis για τη σημαντικότητα της (σειριακής) διαφοράς μεταξύ των 3 ομάδων στο $\alpha=0.01$. Ερμήνευσε, συμπεράνε. Τρέξε την ανάλυση και στο SPSS.

5. Σε έρευνα μετρήθηκαν 5 μαθήτριες σε μια κινητική δεξιότητα X σε 3 διαδοχικές ημέρες και πήραν τους εξής βαθμούς:

Μαθήτρια: 1η 2η 3η 4η 5η

1η μέρα X1: 1 5 7 4 3

2η μέρα X2: 3 6 7 5 4

3η μέρα X3: 4 8 7 9 7

Να γίνει έλεγχος Friedman για τη σημαντικότητα της (σειριακής) διαφοράς μεταξύ των 3 μετρήσεων (εξαρτημένων δειγμάτων) στο $\alpha=0.05$. Ερμήνευσε, συμπεράνε. Τρέξε την ανάλυση και στο SPSS.